

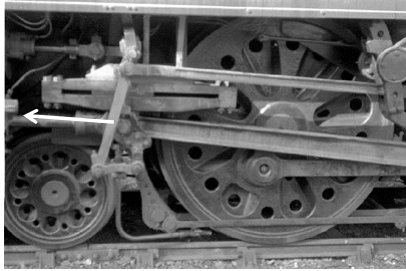
10. oktobar 2023.

Knjiga, str. 7-18

MEHANIKA

Osnovna i najstarija grana fizike

(Μηχανική — *sprava, mašina*)

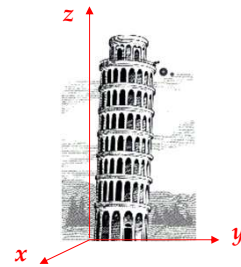


Nauka koja proučava zakone kretanja tela, kao i sile koje su uzročnici promena ovih kretanja.

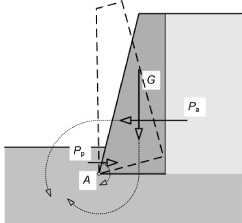


Isak Njutn (1642-1728.)

Mehanika proučava relativne promene položaja jednog tela u odnosu na drugo.

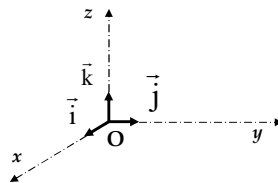


TEHNIČKA MEHANIKA



- Nije posebna naučna disciplina
- To je naziv za kurs mehanike koji svojim programom i sadržajem usmerava studenta na proučavanje i rešavanje problema tehničke prakse
- U ovom kursu:
 - Statika
 - Otpornost materijala

TEHNIČKA MEHANIKA



Za opisivanje prostora koristi se *Dekartov koordinatni sistem (Oxyz)* sa jediničnim vektorima $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (i to triedar desne orijentacije)

Osnovni pojmovi

- **TELO**
- **BROJ STEPENI SLOBODE KRETANJA**
- **VEZE I OSLONCI**
- **SILA**

TELO


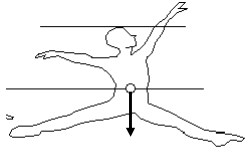

DEFINICIJA: **Telo** je deo čvrste materije ograničen zatvorenom površi.
Sva tela imaju **zapreminu (površinu i dužinu), oblik i masu.**

PODELA PREMA DIMENZIJAMA:

- trodimenzionalno - prostorno (V, oblik, m)
- dvodimenzionalno - ravansko (A, oblik, m): ljuska ili ploča
- jednodimenzionalno - linijsko (l, oblik, m): štap
- materijalna tačka - tačkasto (m)

Telo može biti:

slobodno **vezano**

Slobodno telo **Vezano telo**

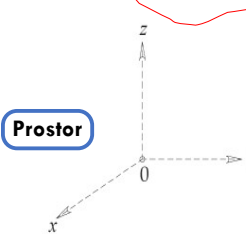
7

BROJ STEPENI SLOBODE KRETANJA

DEFINICIJA: Broj stepeni slobode kretanja tela je broj međusobno nezavisnih parametara koji određuju položaj tela u prostoru

tačka $P(x, y, z)$
 $n = 3$

Prostor



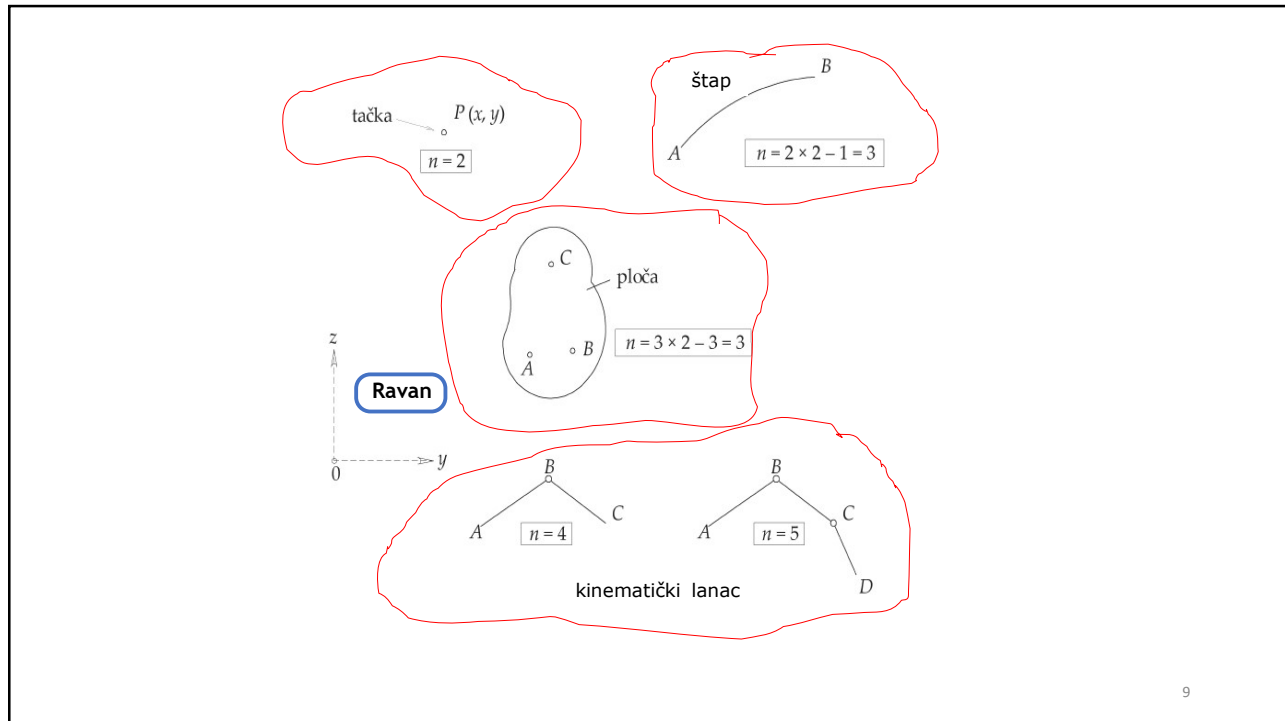
$n = 3 \times 3 - 3 = 6$

štap
 $n = 2 \times 3 - 1 = 5$
 $\overline{AB} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + \dots}$

kinematički lanac

$n = 7$ $n = 9$

8



9

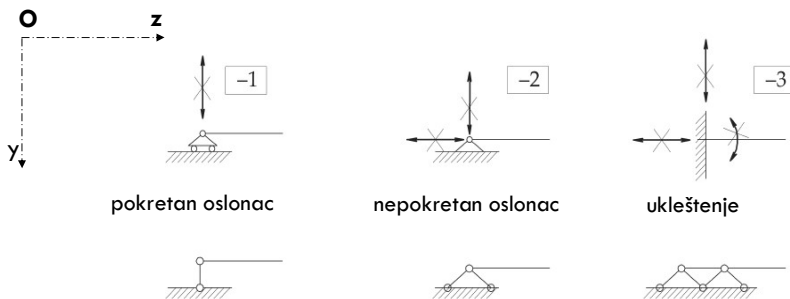
VEZE I OSLONCI

DEFINICIJA: Površina ili tačka dodira dva tela, uža o koje je telo okačeno i, uopšte, mehanizam pomoću kojeg je ostvaren kontakt između dva tela, zove se veza ili oslonac.

Veza uvek smanjuje broj stepeni slobode tela.

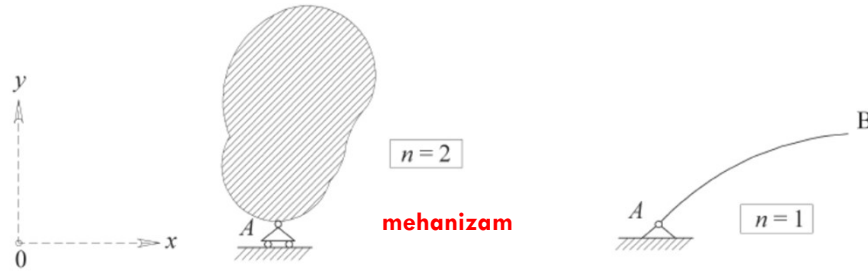
Veze mogu biti **prostorne i ravne**.

Ravne veze koje se primenjuju u tehnici – oslonci ravnih nosača (veze tela sa podlogom):

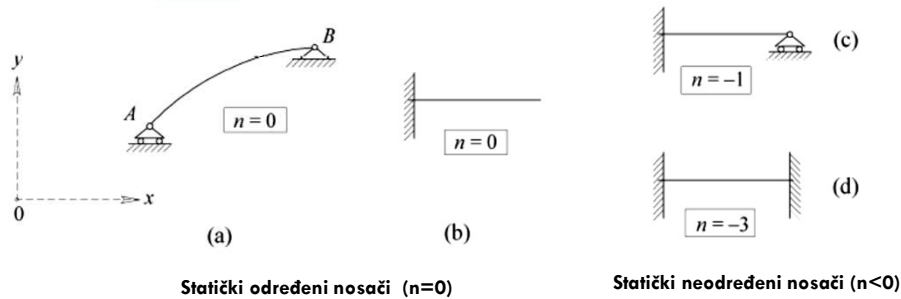


10

- Tela koja imaju broj stepeni slobode veći od nule ($n > 0$) su pokretna tela.



- Tela koja imaju broj stepeni slobode jednak nuli ili manji od nule ($n = 0$ ili $n < 0$) zovu se nepokretna tela ili **nosaići**.

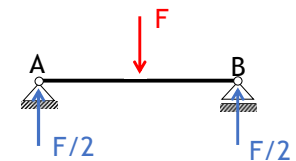
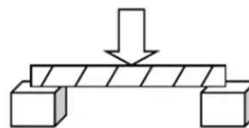


11

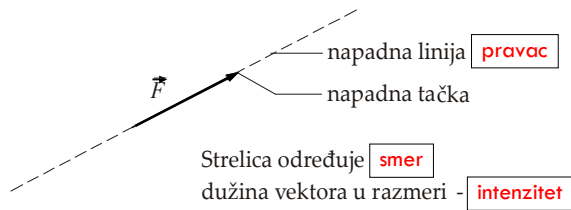
SILA

Sila je mehanička veličina koja predstavlja meru dejstva jednog tela na drugo.

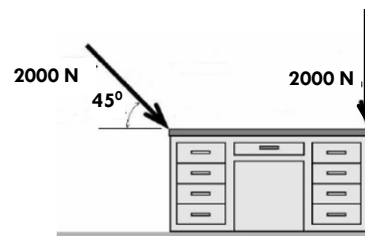
Jedinica sile je Njutn. $\left[1\text{N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$



SILA je vektorska veličina



Sila nije slobodan vektor !



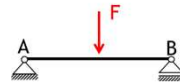
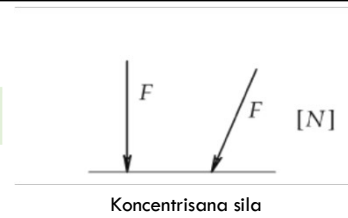
13

Podela sila:

- **koncentrisana sila** (N)- dejstvo se prenosi u jednoj tački
- **kontinualno raspoređena**- dejstvo se prenosi u neprekidnom nizu tačaka
 - linijsko opterećenje (N/m)
 - površinsko opterećenje (N/m²)
 - zapreminsko opterećenje (N/m³)

14

Koncentrisana sila (N)- dejstvo se prenosi u jednoj tački

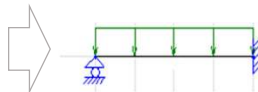
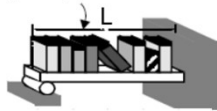


15

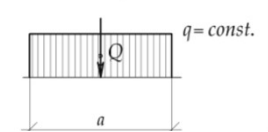
Kontinualno raspoređena- dejstvo se prenosi u neprekidnom nizu tačaka

- linijsko opterećenje (N/m)
- površinsko opterećenje (N/m²)
- zapreminsko opterećenje (N/m³)

$q(N/m)$



$$Q = a \cdot q$$



Kontinualno raspoređena sila
- linijsko opterećenje -



Pritisak tla
- površinsko opterećenje -



Hidrostatski pritisak
- površinsko opterećenje -

16

STATIKA

(statika krute ploče u ravni)

17

STATIKA krute ploče u ravni

Statika proučava **tela koja su u relativnom miru** pod dejstvom uravnoteženih sistema sila.

Kruta tela su tela koja se pod dejstvom sila **ne deformišu**.

Umesto trodimenzionalnih tela proučavaju se **ploče ili štapovi**.

Sva tela i sile koje deluju na ta tela **leže u jednoj ravni**.

18

Aksiomi Statike

(Ima ih pet)

Statika se zasniva na izvesnim postavkama do kojih se došlo posmatranjem prirodnih pojava i koje se posmatranjem mogu uvek ponovo proveriti.

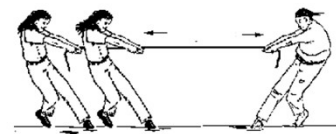
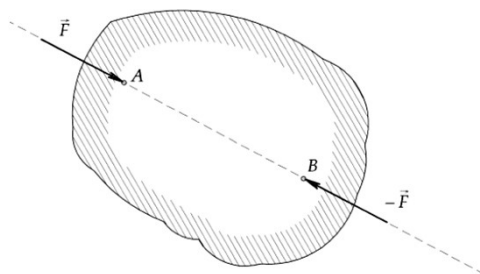
Aksiomi ili postulati su postavke koje se **prihvataju bez matematičkog dokaza** jer se smatra da ih nikakav proces rezonovanja ne može učiniti jasnijim.

19

I aksiom

(o ravnoteži dve sile koje deluju na slobodno telo)

Ako na **slobodno telo deluju dve sile**, one će biti **u ravnoteži** samo ako su **jednakih intenziteta, suprotnih smerova i ako leže na istoj napadnoj liniji**.

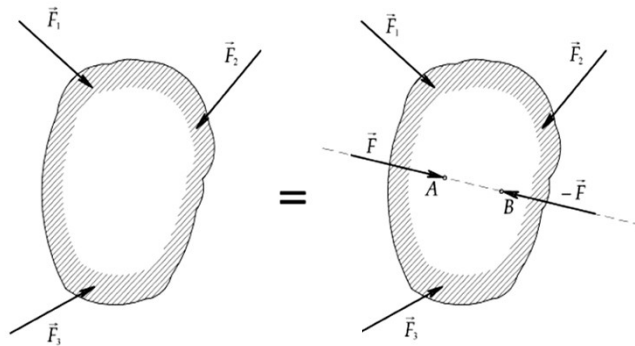


20

II aksiom

(o mehaničkom uticaju sistema sila na kruto telo)

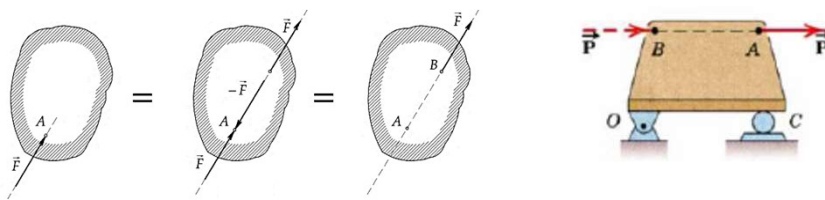
Mehanički uticaj sistema sila na kruto telo ne menja se ako se tome sistemu doda ravnotežni sistem.



21

Posledica I i II aksioma

Sila je *klizeći vektor*, tj. mehaničko dejstvo sile na kruto telo se ne menja ako se napadna tačka sile pomeri duž linije njenog dejstva



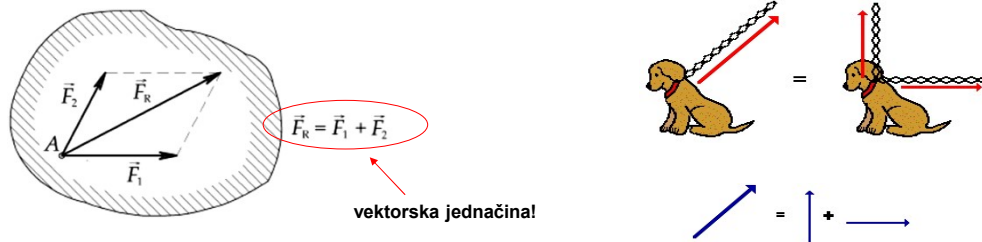
! Važi samo za kruta tela, ne važi za sva čvrsta tela.



22

III aksiom (o rezultanti)

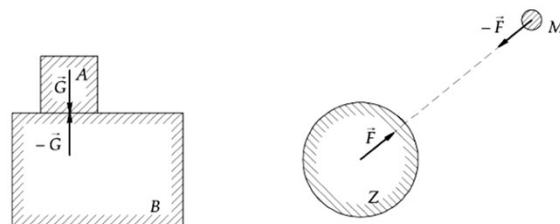
Dejstvo dve sile \vec{F}_1 i \vec{F}_2 koje napadaju kruto telo u tački A može se ekvivalentno zameniti delovanjem treće sile \vec{F}_R koja se zove **rezultanta**. Intenzitet, pravac i smer rezultante se dobijaju vektorskim sabiranjem sila \vec{F}_1 i \vec{F}_2 .



23

IV aksiom (zakon akcije i reakcije između dva tela)

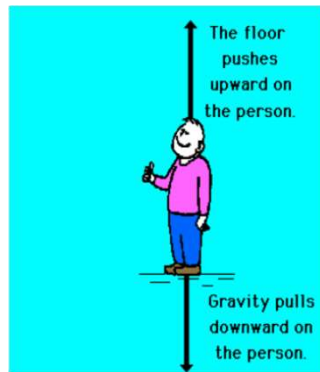
Dva tela deluju jedno na drugo silama jednakih intenziteta i napadnih linija, a suprotnih smerova.



24

Zakon akcije i reakcije između dva tela

! Nije isto što i prvi aksiom - sile akcije i reakcije deluju na različita tela.

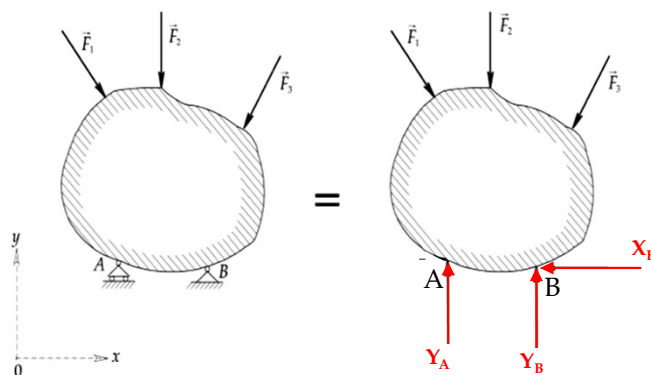


25

V aksiom

(o vezama tela koja nisu slobodna)

Za svako **vezano** telo može se uzeti da je slobodno ako se veze odbace, a njihovi uticaji zamene silama koje se zovu **reakcije veza**.



26

Vektorska algebra

$$\vec{a} = \vec{a}(x_1, y_1, z_1) \quad |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$\vec{b} = \vec{b}(x_2, y_2, z_2) \quad |\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

Zbir vektora $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2)\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j} + (z_1 + z_2)\vec{k}$

Skalarni proizvod $m = \vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a}, \vec{b})$

Skalar-veličina za koju je potrebno znati samo brojnu vrednost bez određivanja pravca

Intenzitet skalarnog proizvoda $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$

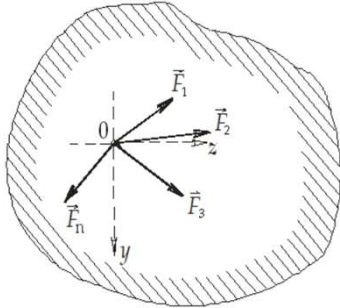
$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

27

***Sistem sila u ravni sa zajedničkom
napadnom tačkom***

28

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom (O)



Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom može da se svede na dva slučaja:

REZULTANTA

RAVNOTEŽA

Ovakav sistem sila može se ispitati **analitički** ili **grafički**, pa postoje analitički i grafički uslovi koji su potrebni da bi se sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom sveo na rezultantu ili ravnotežu.

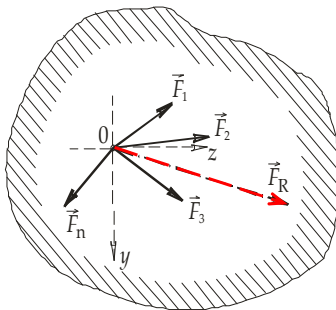
29

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

REZULTANTA - analitički

Analitički uslov potreban da se sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom svede na **rezultantu** dat je vektorskom jednačinom:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \neq 0$$



Kada se rešava zadatak, sile se mogu sabrati:

- **Vektorski** (pogledati III aksiom): $\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$
- **Skalarno**: $Y_R = \sum_{i=1}^n Y_i$, $Z_R = \sum_{i=1}^n Z_i \Rightarrow \vec{F}_R(Y_R, Z_R)$

Intenzitet rezultante: $F_R = \sqrt{Y_R^2 + Z_R^2}$

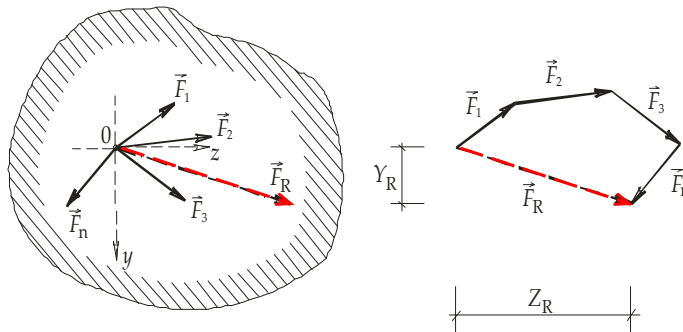
Y_i, Z_i, Y_R, Z_R – algebarske vrednosti projekcije odgovarajuće sile na ose y i z

30

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

REZULTANTA - grafički

Grafički uslov da se ovakav sistem sila svede na rezultantu jeste da poligon sila mora biti otvoren.



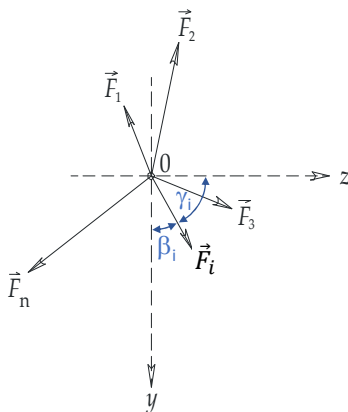
31

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

RAVNOTEŽA - analitički

Analički uslov potreban da sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom bude u ravnoteži dat je vektorskom jednačinom:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$



Skalarni oblik

$$Y_R = \sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n |\vec{F}_i| \cdot \cos \beta_i = 0$$

$$Z_R = \sum_{i=1}^n Z_i = \sum_{i=1}^n |\vec{F}_i| \cdot \cos \gamma_i = 0$$

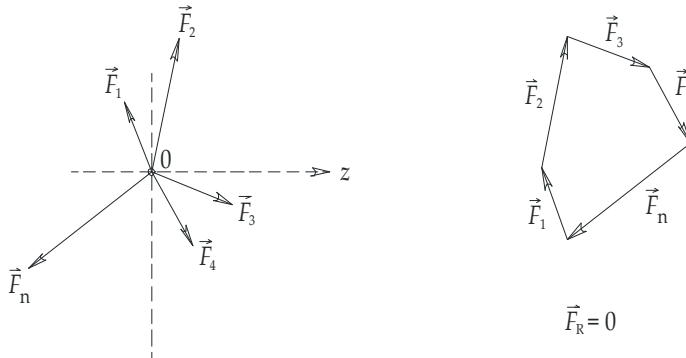
β_i, γ_i — uglovi koje sile zaklapaju sa osama y i z

32

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

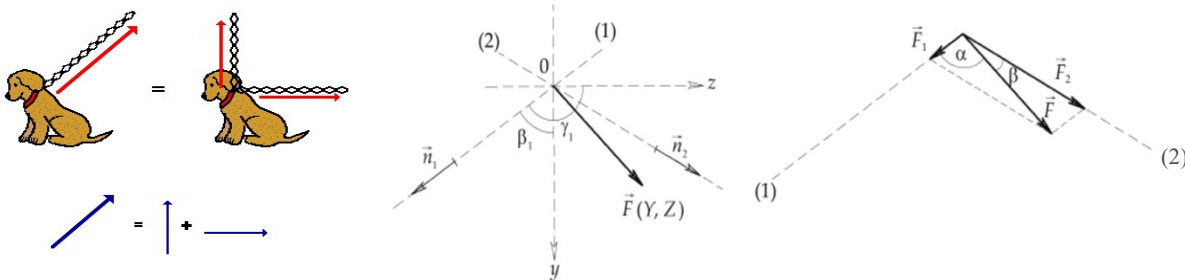
RAVNOTEŽA – grafički

Grafički uslov da se ovakav sistem sila svede na ravnotežu jeste da poligon sila mora biti zatvoren



33

RAZLAGANJE SILE NA DVA PRAVCA KOJI SE SEKU NA NJENOJ NAPADNOJ LINIJI



$$\text{Uslov: } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

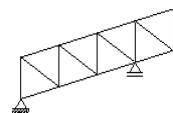
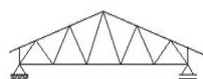
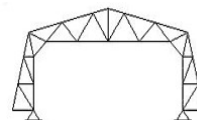
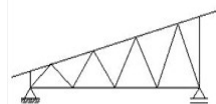
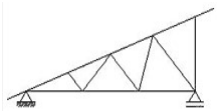
Grafički, ovaj zadatak se svodi na konstrukciju paralelograma ako su dati njegova dijagonala i uglovi koje dijagonala zaklapa sa ivicama.

Analitičko rešenje ovog zadatka pogledati u udžbeniku, a primeri će biti urađeni na vežbama.

34

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

Primeri: Rešetkasti nosači

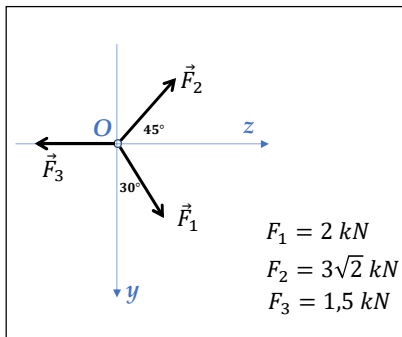
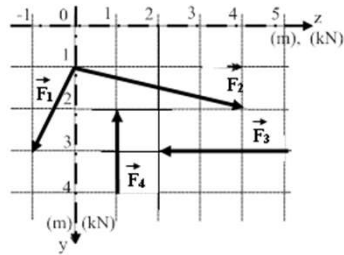
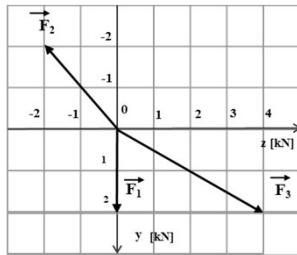


35

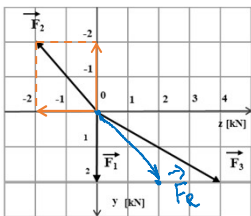
PRIMERI

36

U sledećim primerima odrediti koordinate sile.



37



Ovo je sistem sila **SA** zajedničkom napadnom tačkom. Posle određivanja koordinata svake sile lako možemo odrediti i njihovu rezultantu, pa je zatim i nacrtati. I ona polazi iz iste napadne tačke.

$$\vec{F}_i (Y_i, Z_i) \text{ [kN]}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 (Y_1, Z_1) & \quad \vec{F}_1 (2, 0) \text{ [kN]} \\ \vec{F}_2 (-2, -2) & \quad \vec{F}_2 (-2, -2) \text{ [kN]} \\ \vec{F}_3 (2, 4) & \quad \vec{F}_3 (2, 4) \text{ [kN]} \\ \hline \vec{F}_R (2, 2) & \quad \vec{F}_R (2, 2) \text{ [kN]} \end{aligned}$$

Y_i, Z_i, Y_R, Z_R - **algebarske** vrednosti projekcije odgovarajuće sile na ose y i z

Vektorska algebra

$$\vec{a} = \vec{a}(x_1, y_1, z_1) \quad |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$\vec{b} = \vec{b}(x_2, y_2, z_2) \quad |\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

Zbir vektora $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2)\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j} + (z_1 + z_2)\vec{k}$

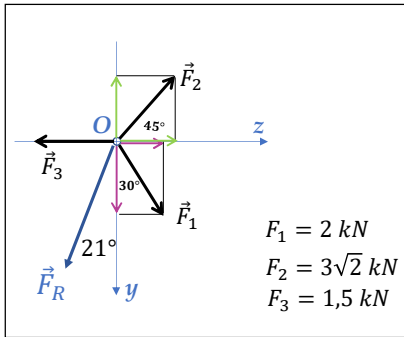
Skalarni proizvod $m = \vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a}, \vec{b})$

Skalar-veičina za koju je potrebno znati samo brojnu vrednost bez određivanja pravca

Intenzitet skalarnog proizvoda $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

38



$$\vec{F}_1 (\sqrt{3}, 1) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_2 (-3, 3) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_3 (0; -1,5) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_R (1,27; -0,5) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_1(Y_1, Z_1)$$

$$Y_1 = F_1 \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ kN} = 1,73 \text{ kN}$$

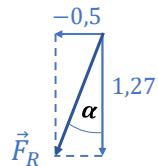
$$Z_1 = F_1 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_2(Y_2, Z_2)$$

$$Y_2 = -F_2 \cdot \cos 45^\circ = -3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -3 \text{ kN}$$

$$Z_2 = F_2 \cdot \cos 45^\circ = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ kN}$$

I ovo je sistem sila **SA** zajedničkom napadnom tačkom. Ako želimo da odredimo i njihovu rezultantu, prvo odredimo njene koordinate sabiranjem koordinata svih sila po „y“ i po „z“ pravcu. Da bismo odredili i pravac rezultante, moramo da odredimo ugao koji ona zaklapa sa vertikalom (ili horizontalom).

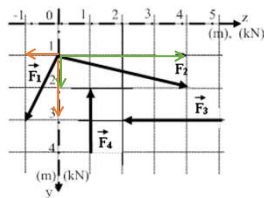


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,5}{1,27} = 0,3937$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}(0,3937)$$

$$\alpha \approx 21^\circ$$

39



$$\vec{F}_i (Y_i, Z_i)$$

$$\vec{F}_1 (2, -1) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_2 (1, 4) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_3 (0, -3) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_4 (-2, 0) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_R (1, 0) \text{ kN}$$

Ovo je sistem sila **BEZ** zajedničke napadne tačke. Posle određivanja koordinata svake sile i ovdje možemo odrediti i njihovu rezultantu, ali ne možemo da je ucrtamo na crtež. Iz koordinata rezultante možemo da vidimo koji je njen nagib (vertikalna je i usmerena naniže), ali ne možemo da kažemo koja joj je napadna linija.

Y_i, Z_i, Y_R, Z_R - **algebarske** vrednosti projekcije odgovarajuće sile na ose y i z

40