

## 7. ОСНОВНИ ЗАКони ЈЕДНОСМЕРНЕ СТРУЈЕ

### 7.1. Јачина струје

Све супстанце у свом саставу садрже, у већој или мањој мери, слободне носиоце наелектрисања. Под дејством електричног поља могу да се крећу само слободна наелектрисања. Усмерено кретање наелектрисања чини електричну струју. У металним проводницима и полупроводницима носиоци слободних наелектрисања су електрони, док су у електролитима позитивни и негативни јони. Концентрација слободних наелектрисања и њихова покретљивост карактеришу проводност дате средине. Слободни носиоци наелектрисања крећу се хаотично ако на њих не делује сила електричног поља.

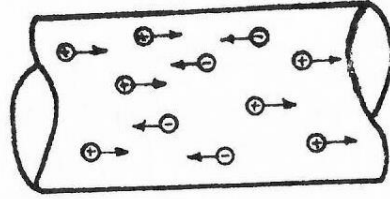
Када се проводник нађе у електричном пољу његова слободна наелектрисања се крећу усмерено све док у проводнику постоји електрично поље. Ово доводи до раздвајања наелектрисања и успостављање електростатичке равнотеже када је поље унутар проводника једнако нули, а потенцијал свуда исти. Да би постојала стална струја потребна је проводна средина и стално електрично поље или разлика потенцијала у тој средини. Ово се може остварити помоћу извора електричне енергије. Извори електричне енергије имају особину да дуже време одржавају сталну разлику потенцијала на својим прикључцима.

Величина која карактерише електричну струју је јачина струје. Јачина струје је скаларна величина и дефинише се количином наелектрисања које прође кроз неки попречни пресек у јединици времен:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (7.1)$$

По конвенцији смер електричне струје је смер у коме се креће позитивна наелектрисања. Ако се позитивна наелектрисања крећу с лева на десно, а негативна с десна на лево (слика 7.1), онда је смер струје с лева на десно. Електрична струја у металним проводницима има супротан смер од кретања електрона. Пролазак негативног наелектрисања кроз дати пресек уједном смеру еквивалентан је проласку истог толиког износа позитивног наелектрисања у супротном смеру. Ако се кроз проводну средину крећу слободна позитивна и негативна наелектрисања, при чему за време  $dt$  кроз дати попречни пресек прође у једном смеру  $dq^+$ , а у супротном смеру  $dq^-$ , онда је струја:

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}. \quad (7.2)$$



Слика 7.1.

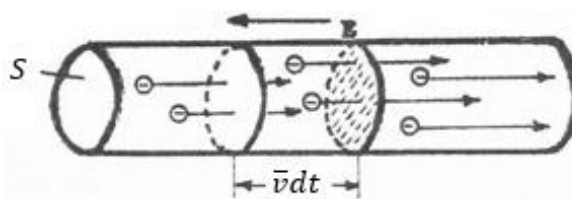
Кад електрично поље у проводнику има увек исти смер, при чему његова вредност може бити промењива или стална, струја се назива једносмерна. Ако поље периодично мења смер и јачину онда се добија наизменична струја.

У SI систему јединица јачине електричне струје је један ампер. Струја има јачину од једног ампера када кроз попречни пресек проводника протече количина наелектрисања од једног кулона у једној секунди:

$$1 \text{ ампер} = 1 \text{ A} = \frac{1 \text{ кулон}}{1 \text{ секунд}} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$$

Проводник кроз који тече електрична струја је електрично неутралан. Број слободних електрона налази се у равнотежи са једнаким бројем позитивних јона. На ове јоне такође делује сила електричног поља, али су они непокретни јер су везани за своје положаје у чворовима кристалне решетке много јачим међуатомским силама. Електрони се у проводнику крећу у супротном смеру од електричног поља. У току свог кретања електрони се сударају са јонима кристалне решетке, при чему мењају брзину. Уместо убрзаног кретања електрони због тога имају неку просечну усмерену брзину  $\bar{v}$ , која зависи од јачине поља. Ако се сваки електрон креће просечном брзином  $\bar{v}$ , онда за време  $dt$  прелази пут  $\bar{v}dt$  (слика 7.2). Број електрона који за време  $dt$  прође кроз шрафирани попречни пресек једнак је броју електрона који садржи део проводника дужине  $\bar{v}dt$ , чија је запремина:

$$dV = S\bar{v}dt. \tag{7.3}$$



Слика 7.2.

Ако претпоставимо да у јединици запремене проводника има  $n$  слободних електрона, тада је број електрона у запремини  $dV$ :

$$N = n \cdot dV = nS\bar{v}dt. \quad (7.4)$$

Како је наелектрисање електрона  $e$ , онда је количина наелектрисања која прође кроз попречни пресек проводника у времену  $dt$ :

$$dq = Ne = neS\bar{v}dt, \quad (7.5)$$

при чему је јачина струје:

$$i = \frac{dq}{dt} = neS\bar{v}, \quad (7.6)$$

## 7.2. Густина струје

Јачина струје је скаларна величина која одређена количином наелектрисања која пролази кроз дати пресек у јединици времена и не зависи у ком смеру и под којим углом се носиоци наелектрисања крећу према нормали на пресек. Таква физичка величина често није довољна да потпуно одреди особине електричне струје. Врло често је потребно да се зна правац и смер кретања носиоца наелектрисања. Стога, електричну струју у том случају боље карактерише вектор густине струје који се дефинише као јачина струје по јединици површине:

$$\vec{j} = \frac{di}{dS} \vec{n}_o, \quad (7.7)$$

где је  $\vec{n}_o$  орт нормалан на површину  $dS$  и има смер кретања позитивних наелектрисања.

Знајући вектор густине струје, у свакој тачки попречне површине проводника, могуће је наћи јачину струје кроз било коју површину  $S$ :

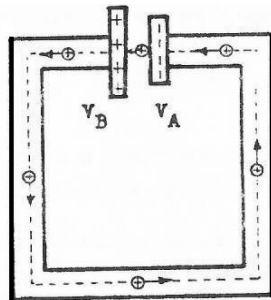
$$i = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S j \cos(\alpha) dS = \int_S j_n dS, \quad (7.8)$$

где је  $\alpha$  угао између вектора густине струје  $\vec{j}$  и нормале на површину  $dS$ , а  $j_n$  је компонента вектора  $\vec{j}$  у правцу нормале на површину. Струја може бити позитивна или негативна у зависности да ли је угао  $\alpha$  мањи или већи од  $\pi/2$ .

## 7.3. Електромоторна сила

Извор електромоторне силе представља део струјног кола у коме се неелектрична енергија претвара у електричну. Претпоставимо да електричну струју у електричном колу на слици 7.3 чине позитивни носиоци наелектрисања. Тада се наелектрисања у

спољашњем делу кола крећу, под дејством силе  $q\vec{E}$ , у смеру од позитивног ка негативном полу, а унутар електричног извора од негативног ка позитивном полу, тј. против сила електричног поља. За кретање наелектрисања насупрот електричне силе треба извршити рад, односно утрошити неку неелектричну енергију. Уређаји у којима се неелектрична енергија претвара у електричну представљају изворе електромоторне силе. Извор електромоторне силе (ЕМС) је део кола у коме се позитивна наелектрисања преносе са нижег потенцијала на виши. Премештање наелектрисања у том делу кола могуће је само помоћу страних сила неелектричне природе. Дакле, за одржавање сталне струје неопходан је рад страних сила. Дејство страних сила може се изразити преко рада који оне врше при пребацивању јединице позитивног наелектрисања са нижег потенцијала  $V_A$  на виши потенцијал  $V_B$ . Тај се рад дакле троши за скок потенцијала на половима извора струје.



Слика 7.3.

Рад који врше стране при пребацивању позитивне јединице наелектрисања са нижег потенцијала на виши назива се електромоторна сила:

$$\text{ЕМС} = \varepsilon = \frac{dA}{dq} = \frac{U \cdot dq}{dq} = U. \quad (7.9)$$

Дакле, ЕМС је мера трансформације неке врсте енергије у електричну енергију. На основу једначине (7.9) види се да ЕМС има димензије као и напон и мери се у волтима.

#### 7.4. Омов закон

Однос напона, између две тачке проводника било каквог облика, и струје је константан, и не зависи ни од струје ни од напона. Овај однос представља отпор проводника, који се означава са  $R$ . Отпор зависи од врсте, дужине и пресека проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (7.10)$$

где је  $l$  дужина проводника,  $S$  површина попречног пресека проводника, а  $\rho$  специфични отпор.

Г. С. Ом је експериментално нашао закон:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (7.11)$$

Јачина струје која пролази кроз неки проводник сразмерна је напону на крајевима тог проводника, а обрнуто сразмерна његовом отпору. Супстанце за које важи Омов закон називају се омски проводници. Јединица за отпор је ом:

$$1 \text{ ом} = 1 \Omega = \frac{1 \text{ волт}}{1 \text{ ампер}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

Отпор од једног ома има проводник кроз који протиче струја од једног ампера кад је на његовим крајевима прикључен напон од једног волта. Реципрочна вредност отпора  $R$  је проводност  $G$ :

$$G = \frac{1}{R}. \quad (7.12)$$

Јединица за проводност је сименс:

$$1 \text{ сименс} = 1 \text{ S} = \frac{1}{1 \Omega} = \frac{1 \text{ A}}{1 \text{ V}}$$

Омов закон се може представити и у диференцијалном облику. Посматрајмо хомогени проводник цилиндричног облика (слика 7.4). Јачина струје кроз елемент проводника је:

$$i = \vec{j} d\vec{S} = j dS. \quad (7.13)$$

Напон на крајевима дела проводника је:

$$U = \vec{E} d\vec{l} = E dl, \quad (7.14)$$

док је отпор проводника:

$$R = \rho \frac{dl}{dS}. \quad (7.15)$$

Из претходних једначина се добија да је:

$$j dS = \frac{E dl}{\rho \frac{dl}{dS}} = \frac{E}{\rho} dS, \quad (7.16)$$

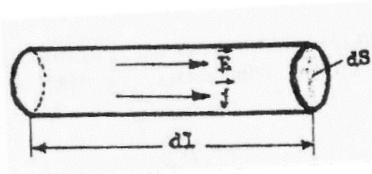
односно:

$$j = \frac{E}{\rho}, \quad (7.17)$$

или:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (7.18)$$

где је  $\sigma = 1/\rho$  специфична проводност. Дакле, густина струје у свакој тачки проводника сразмерна је јачини електричног поља у датој тачки и има смер поља.



Слика 7.4.

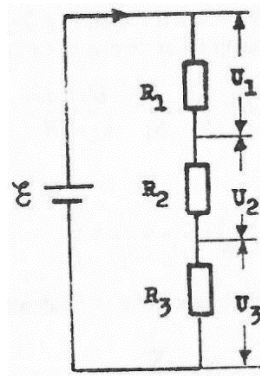
### 7.5. Везивање отпорника

Отпорници могу да се вежу редно или серијски, паралелно и мешовито. На слици 7.5 приказана је серијска веза три отпорника између полова електричног извора електромоторне силе  $\varepsilon$ . Кроз сва три отпорника протиче иста јачина струје  $I$ . На крајевима сваког отпорника, на основу Омовог закон, постоји пад напона тако да је:

$$\varepsilon = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = RI, \quad (7.19)$$

где је  $R$  укупни отпор кола. Из једначине (7.19) следи да је:

$$R = R_1 + R_2 + R_3. \quad (7.20)$$



Слика 7.5.

Ово што важи за три серијски везаних отпорника важи и за било који број серијски везаних отпорника, односно еквивалентни отпор већег броја серијски везаних отпорника једнак је алгебарском збиру њихових отпора:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (7.21)$$

Паралелна веза три отпорника је приказана на слици 7.6. Укупна струја  $I$ , из извора, дели се кроз три струје кроз отпорнике:

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (7.22)$$

На крајевима сваког отпорника влада исти напон који је једнак електромоторној сили извора:

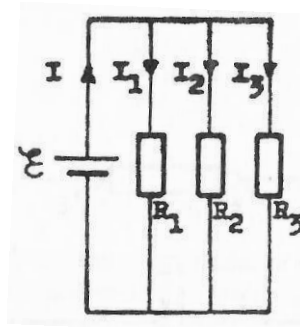
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R_1} + \frac{\varepsilon}{R_2} + \frac{\varepsilon}{R_3}, \quad (7.23)$$

одакле је:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \quad (7.24)$$

или за ма који број паралелно везаних отпорника еквивалентни отпор је:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (7.25)$$

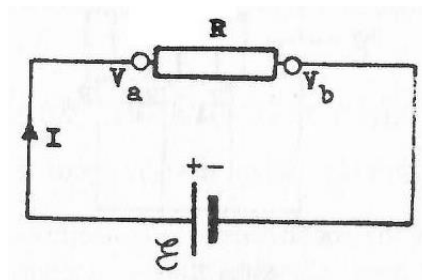


Слика 7.6.

## 7.6. Рад и снага електричне струје

Електрична струја загрева проводник кроз који протиче. Посматрајмо коло са слике 7.7 у коме се налази отпорник  $R$  и извор електромоторне силе  $\varepsilon$ . Извор струје у колу одржава сталну разлику потенцијала  $U$  на крајевима отпорника. Кроз отпорник тече струја:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (7.26)$$



Слика 7.7.

Разлика потенцијала је  $U = V_a - V_b$ ,  $V_a > V_b$ , јер струја тече од лева на десно кроз отпорник  $R$ . На померање наелектрисања  $dq$ , кроз отпорник  $R$ , силе електричног поља врше рад:

$$dA = Udq, \quad (7.27)$$

а како је  $dq = Idt$  имамо:

$$dA = UI dt. \quad (7.28)$$

Тада је укупни рад у времену  $t$ :

$$A = \int dA = UI \int_0^t dt = UI t, \quad (7.29)$$

или на основу једначине (7.26):

$$A = UI t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t. \quad (7.30)$$

При константној струји и напону, рад електричне струје једнак је производу напона, струје и времена протикања струје.

Због разлике потенцијала у отпору постоји стално електрично поље. Под дејством силе овог поља електрони се убрзавају повећавајући своју кинетичку енергију и стално губе вишак те енергије у судару са јонима кристалне решетке. Енергија осцилаторног кретања јона се повећава и кристал се загрева. Развијена топлота у проводнику једнака је раду електричне струје,  $Q = A$ , односно:

$$Q = I^2 R t. \quad (7.31)$$

Ово је познати Џул – Ленцов закон. Ова топлота не зависи од смера струје. Снага електричне струје је:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (7.32)$$

Џул – Ленцов закон представља посебан облик закона о очувању енергије, кад се електрична енергија трансформиче у топлоту. Изведене релације за рад и снагу електричне струје важи само у колима где важи Омов закон.

## 7.7. Коefицијент искоришћења електричног извора

Унутар било каквог електричног извора постоји губитак енергије ако кроз њега тече струја. Због тога се мора сваком извору приписати неки унутрашњи отпор  $r$  на коме тај губитак износи  $I^2 r$ . Применимо закон о сачувању енергије на струјно коло са слике 7.8. Црткана линија обухвата извор електромоторне силе. Укупна енергија која се губи у неком колу мора бити једнака енергији извора која се доводи у коло. Енергија извора је  $P = \varepsilon I$ :

$$\varepsilon I = I^2 R + I^2 r = I(IR + Ir), \quad (7.33)$$

онда је:

$$\varepsilon = I(R + r), \quad (7.34)$$



па је струја која тече кроз сваки елемент кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}. \quad (7.35)$$

Разлика потенцијала  $V_{ab} = U = IR$  на крајевима отпора  $R$  једнака је разлици потенцијала на прикључцима извора струје:

$$U = \varepsilon - Ir. \quad (7.36)$$

Енергија коју извор даје у колу, у јединици времена је:

$$P = \varepsilon I = \frac{\varepsilon^2}{r+R}, \quad (7.37)$$

док је издвојена енергија на отпору  $R$ :

$$P_R = I^2 R = \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} R, \quad (7.38)$$

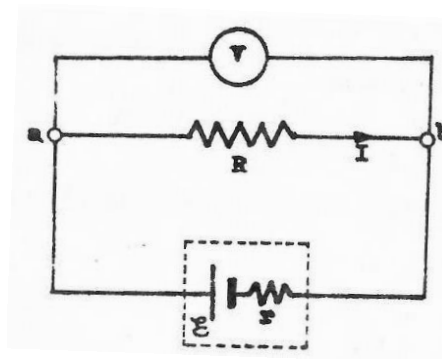
и зове се корисна снага. Однос корисне и укупне снаге извора назива се коефицијент искоришћења извора:

$$\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{R}{R+r}. \quad (7.39)$$

Да би се нашла максимална снага, која се издваја на отпору  $R$ , треба наћи услов за максимум израза (7.38):

$$\frac{dP_R}{dR} = \varepsilon^2 \frac{r-R}{(r+R)^3} = 0. \quad (7.40)$$

Ова једначина је једнака нули о за  $r = R$ . Може се показати да је  $\frac{d^2 P_R}{dR^2} < 0$ , за  $r = R$ , што значи да је максимална енергија која се издваја на отпору  $R$  одређена условом  $r = R$ .



Слика 7.8.

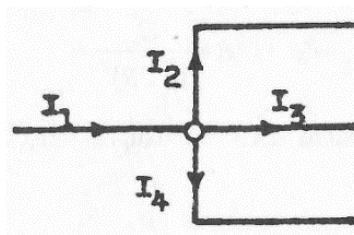
## 7.8. Кирхофова правила

У сложеним електричним колима тражење еквивалентног отпора постаје врло компликовано или чак немогуће када се у таквом колу налази неколико извора ЕМС. У том случају такво коло може да се разложи на низ затворених контура или петљи, које чине отпорници и извори ЕМС. Контуре се додирују у чворовима. Место где се три или

више елемената спајају у једну тачку назива се чвор. Користећи Кирхофова правила могу се анализирати овакви системи. Постоје два Кирхофова правила која престављају два основна закона: закон одржању количине наелектрисања (Кирхофов закон о струјама) и закон одржања енергије (Кирхофов закон о напонима).

1) Кирхофов закон о струјама: Алгебарски збир струја у било ком чвору електричног кола у сваком тренутку једнак је нули. По конвенцији се узима да струје које утичу у чвор имају знак плус, а које истичу знак минус. Применом овог правила на чворну тачку са слике 7.9 добија се:

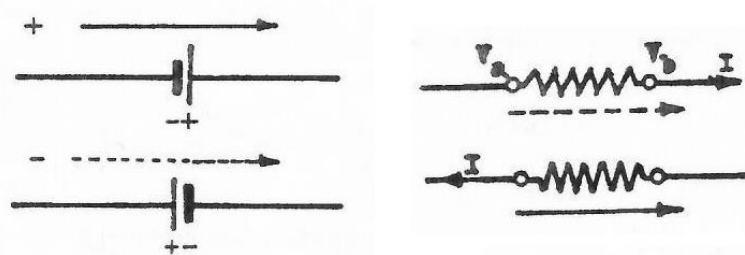
$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0. \quad (7.41)$$



Слика 7.9.

2) Кирхофов закон о напонима: Алгебарски збир електромоторних сила и падова напона у затвореној електричној контури у сваком тренутку једнак је нули. Код примене овог закона електромоторне силе се узимају са знаком плус ако се код опхода контуре пролази кроз електрични извор од негативног ка позитивном полу, а падови напона на отпорницима су позитивни ако је смер опхода контуре супротан смеру протицања струје (слика 7.10).

Смер од негативног ка позитивном полу је позитиван јер се креће у смеру у коме потенцијал расте. Извор ЕМС врши рад јер преноси позитивно наелектрисање са нижег потенцијала на виши. Смер промене потенцијала на отпору узима се негативан у смеру струје.



Слика 7.10.