

5. ТРАНСПОРТ ТОПЛОТЕ

Транспорт топлоте је спонтан иререверзибилан процес простирања топлоте у простору. Под простирањем топлоте се подразумева размена унутрашње енергије између индивидуалних елемената или области посматране средине. Топлота се може простирати провођењем (кондукцијом), конвекцијом и зрачењем.

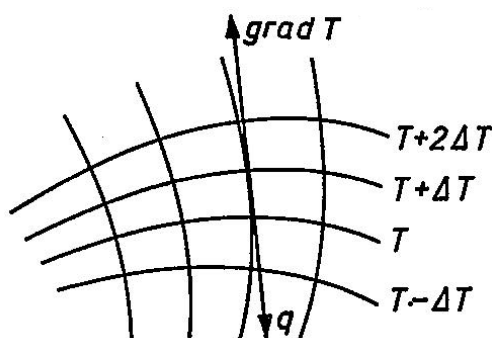
5.1. Провођење топлоте

Провођење топлоте је процес простирања топлотне енергије као последица директног контакта између честица тела или између тела на различитим температурама и резултат је кретања микроскопских честица супстанце. У гасовима топлота се проводи дифузијом молекула и атома, у течностима и чврстим диелектрицима еластичним таласима, а у металима дифузијом слободних електрона. Провођење је праћено варијацијом температуре у простору и времену. Аналитичко испитивање провођења топлоте своди се на испитивање просторне и временске расподеле температурског поља:

$$T = T(x, y, z, t), \quad (5.1)$$

која представља систем расподеле температуре у свим тачкама простора у разним временским интервалима.

Температурска поља могу бити стационарна (временски непромењива) и нестационарна (временски промењива. Све тачке тела на истој температури образују изотермску површину. Температура се у телу мења у правцу који сече изотерме. Највећа температурска разлика по јединици дужине је у правцу нормалном на изотермске површине. Температурска промена по јединици дужине у правцу нормале на изотермску површину назива се градијент температуре (слика 5.1).



Слика 5.1. Изотерме и линије протицања топлоте

Температурски градијент је вектор нормалан на изотермску површину и позитиван је у правцу повећања температуре:

$$\text{grad } T = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}_o, \quad (5.2)$$

где је \vec{n}_o орт нормале на изотермску површину.

Да би се топлота простирала потребно је да температурска расподела у посматраној средини буде неуниформна. Под претпоставком да се топлота проводи у правцу x – осе, по Фуријеовом закону количина топлоте dQ_t која прође кроз елемента изотермске површине dS у току временског интервала dt пропорционална је градијенту температуре $\frac{\partial T}{\partial x}$:

$$dQ_t = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dS dt, \quad (5.3)$$

где је λ коефицијент пропорционалности који зависи од физичких својстава супстанце и назива се топлотна проводност. Јединица за топлотну проводност је W/m·K. Количина топлоте која се проведе кроз јединицу изотермске површине у јединици времена:

$$q = \frac{dQ_t}{dS dt}, \quad (5.4)$$

назива се брзина топлотног протока и представља вектор одређен једначином:

$$\vec{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}_o. \quad (5.5)$$

Брзина топлотног протока је вектор нормалан на изотермску површину и позитиван је у смеру смањења температуре (слика 5.1), пошто се топлота увек проводи из топлије у хладнију област. Линеје које тангирају \vec{q} називају се линеје провођења топлоте и ортогоналне су на изотермске површине. Фуријев закон је и експериментално потврђен.

Количина топлоте dQ_t која прође кроз изотермску површину dS у јединици времена назива се топлотни флуks:

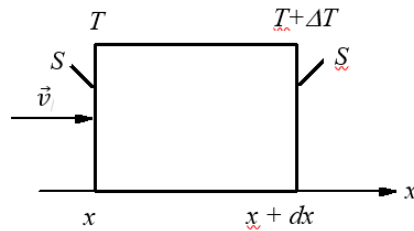
$$dQ = \frac{dQ_t}{dt} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} dS = q dS. \quad (5.6)$$

5.2. Преношење топлоте конвекцијом

Конвекција се односи на процесе преношења топлоте кретањем течности или гасова. Транспорт топлоте конвекцијом јавља се у току кретања макрочестица течности или гаса из области једне температуре у област друге температуре. Могућа је само у флуидној средини и транспорт топлоте је у вези транспорта саме средине. Посматрајмо

елементаран паралелопипед чија је једна страница dx , а површина попречног пресека S (слика 5.2). Нека се температуре флуида на левој и десној страни паралелопипеда разликују за ΔT и нека у току времена dt кроз паралелопипед протекне флуид масе m . Због протицања флуида специфичног топлотног капацитета c , из једне у другу област које се температурски разликују за ΔT , пренесе се количина топлоте:

$$Q = mc\Delta T. \quad (5.7)$$



Слика 5.2. Преношење топлоте конвекцијом

Количина топлоте која се на овај начин пренесе у јединици времена назива се конвективни топлотни флукс:

$$Q_{\text{konv}} = \frac{d}{dt}(mc\Delta T) = \frac{d}{dt}(\rho S dx)c\Delta T = \rho S v c \Delta T = q_{\text{konv}} S, \quad (5.8)$$

где је ρ густина, v брзина протока флуида кроз површину попречног пресека S , а q_{konv} је конвективна брзина топлотног протока дата једначином:

$$\vec{q}_{\text{konv}} = \rho \vec{v} c \Delta T. \quad (5.9)$$

\vec{q}_{konv} је векторска величина колинеарна са брзином протока флуида \vec{v} . Конвективни топлотни флукс се мери у ватима (W), а конвективна брзина топлотног протока у ватима по квадратном метру (W/m^2).

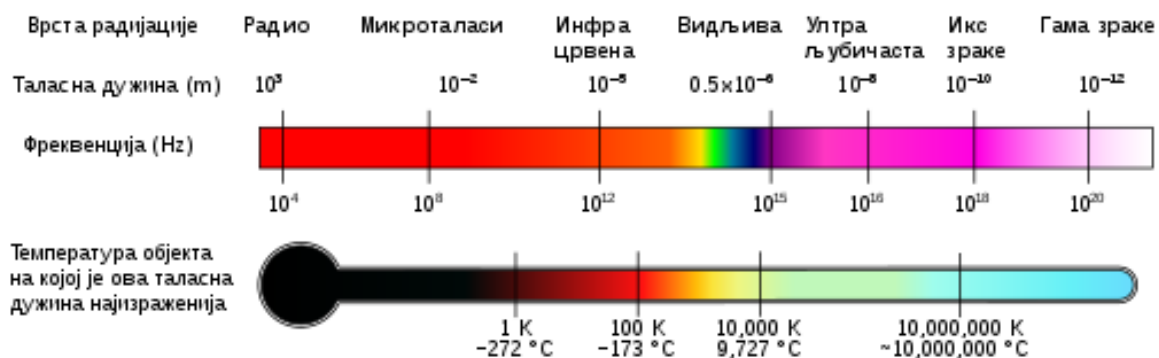
Пренос топлоте конвекцијом је редовно праћен провођењем топлоте, јер када се гас или течност налазе у покрету, поједине честице на различитим температурама неизбежно долазе у додир једне са другима. Због тога се конвективна размена топлоте описује једначином:

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{kond}} + \vec{q}_{\text{konv}} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}_o + \rho \vec{v} c \Delta T. \quad (5.10)$$

5.3. Преношење топлоте зрачењем

Свако тело чија је температура изнад апсолутне нуле емитује и истовремено апсорбује зрачење из континуалног спектра електромагнетног зрачења. Спектар зрачења већине чврстих и течних тела је континуалан, тј. ова тела емитују електромагнетне

таласе свих таласних дужина. Спектар зрачења гасова има линијски карактер, они не зраче таласе свих таласних дужина, односно имају селективни карактер. За простирање топлотне енергије електромагнетним зрачењем није неопходно постојање супстанцијалне средине, односно простирање се остварује и у вакууму. Топлотну енергију преносе електромагнетни таласи свих таласних дужина, почевши од радио таласа, инфрацрвених, видљивих, ултраљубичастих, па све до рентгенских зрака. (слика 5.3). Међутим, највећа количина топлотне енергије може се пренети електромагнетним таласима таласних дужина од 400 nm до 800 μm. Овај део спектра електромагнетног зрачења назива се топлотно зрачење и састоји се од видљивог зрачења (400 nm до 800 nm) и инфрацрвеног зрачења (од 800 nm до 800 μm).



Слика 5.3. Електромагнетни спектар

Топлотно зрачење зависи од природе тела, његове температуре и стања површине. Топлотно зрачење је приметно и посебно интензивно на високим температурама (изнад 1000 °C). Када топлотно зрачење падне на неко тело један део зрачења се рефлектује, један пропушта а један апсорбује. Апсорбован део енергије топлотног зрачења се трансформише у енергију хаотичног кретања атома и молекула услед чега долази до повећања унутрашње енергије и температуре тела.

Укупна енергија свих таласних дужина израчења са површине тела у јединици времена назива се интегрални флуks зрачења Φ :

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}. \quad (5.11)$$

Количина енергије израчења са површине тела у јединици времена у интервалу таласних дужина λ и $\lambda + d\lambda$ назива се флуks монохроматског зрачења Φ_λ :

$$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}. \quad (5.12)$$

Интегрални флуks енергије израчене са јединице површине у свим правцима назива се интегрална површинска густина флуksа зрачења или емисиона моћ (емисивност) E :

$$E = \frac{d\Phi}{dA}. \quad (5.13)$$

Флуks енергије израчене са јединице површине у свим правцима у интервалу таласних дужина λ и $\lambda + d\lambda$ назива се спектрална површинска густина флуksа зрачења E_λ :

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}. \quad (5.14)$$

Ако се флуks укупне енергије зрачења које пада на тело означи са Φ , апсорбоване енергије са Φ_a , рефлектоване енергије са Φ_r и пропуштене енергије са Φ_t , тада је једначина топлотног биланса енергије зрачења:

$$\frac{\Phi_a}{\Phi} + \frac{\Phi_r}{\Phi} + \frac{\Phi_t}{\Phi} = 1, \quad (5.15)$$

односно:

$$a + r + t = 1, \quad (5.16)$$

где су: $a = \frac{\Phi_a}{\Phi}$ – коефицијент апсорпције, $r = \frac{\Phi_r}{\Phi}$ – коефицијент рефлексије и $t = \frac{\Phi_t}{\Phi}$ – коефицијент трансфисије.

Теоријски су могућа три случаја:

1. $a = 1, r = t = 0$ – апсолутно црно тело, потпуно апсорбује енергију упадног зрачења;
2. $r = 1, a = t = 0$ – апсолутно бело тело, потпуно рефлектује упадно зрачење;
3. $t = 1, a = r = 0$ – апсолутно прозачно тело, потпуно пропушта упадно зрачење.

У природи не постоји апсолутна црна, бела или прозачна тела. Најближа апсолутно црном телу је површина прекривена чађи за коју је коефицијент апсорпције 0.90 до 0.96. Као физички модел апсолутно црно тело је шупљина, потпуно непровидно чврсто тела са веома малим отвором чији су зидови на константној температури. Електромагнетно зрачење које улази у шупљину кроз отвор, после вишеструке рефлексије на унутрашњој површини шупљине практично се потпуно апсорбује.

5.3.1. Кирхофов закон

Да би се телу које зрачи одржала константна температура неопходно је да се емитована енергија надокнади апсорпцијом или произвођењем енергије у самом извору зрачења. Тада имамо случај равнотежног зрачења. Веза између емисионе и апсорпционе

способности тела у случају равнотежног зрачења дате је Кирхофовим законом који гласи: Однос емисионе моћи E према апсорпционој моћи a тела не зависи од природе тела и за сва тела представља универзалну функцију таласне дужине и температуре:

$$\frac{E}{a} = f(\lambda, T). \quad (5.17)$$

Значи, ако тело више апсорбује енергије више ће и да зрачи, при датој температури и у датој области таласних дужина. Како апсолутно црно тело има највећу вредност коефицијента апсорпције ($a_0 = 1$), следи да има и највећу емисиону моћ E_0 . Емисиона моћ E и апсорпциона моћ (коефицијенат апсорпције) a зависе како од таласне дужине λ и температуре T , тако и од физичких особина тела, облика и стања површине.

Како у природи апсолутно црно тело не постоји, уводи се појам сивог тела, као тела које зрачи на свим таласним дужинама као апсолутно црно тело, само му је емисиона моћ ε пута мања, где је ε степен црноће (коефицијенат емисије, емисиони однос) сивог тела дат једначином:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}, \quad (5.18)$$

где је E емисиона моћ сивог тела, а E_0 емисиона моћ црног тела. Степен црноће реалних тела је увек мањи од 1.

Како је $a_0 = 1$, на основу Кирхофовог закона следи:

$$\frac{E}{a} = \frac{E_0}{a_0} = E_0, \quad (5.19)$$

тако да је:

$$\varepsilon = a. \quad (5.20)$$

Значи, степен црноће (емисиони однос), сивог тела при равнотежном стању, бројно је једнак његовом коефицијенту апсорпције.

Кирхофов закон важи како за интегрално тако и за монохроматско зрачење:

$$\frac{E_\lambda}{a_\lambda} = \frac{E_{0\lambda}}{a_{0\lambda}} = E_{0\lambda}, \quad (5.21)$$

где су E_λ и $E_{0\lambda}$ спектралне густине зрачења сивог и црног тела, респективно. a_λ је монохроматски коефицијенат апсорпције сивог тела, а $a_{0\lambda}$ је монохроматски коефицијенат апсорпције црног тела ($a_{0\lambda} = 1$).

Спектрални степен црноће (спектрални коефицијенат емисије):

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{0\lambda}}, \quad (5.22)$$

бројно је једнак монохроматском коефицијенту апсорпције:

$$\varepsilon_\lambda = a_\lambda. \quad (5.23)$$

5.3.2. Планков закон зрачења

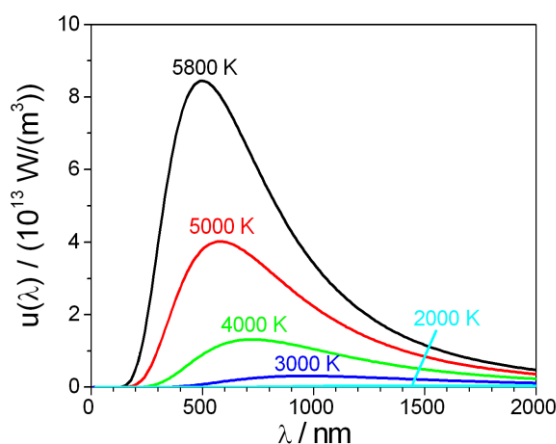
Расподела спектралне емисионе моћи апсолутно црног тела E_λ по таласним дужинама λ дата је Планковим законом:

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (5.24)$$

где су: $h = 6.626196 \cdot 10^{-34}$ Js – Планкова константа, $c = 2.997925 \cdot 10^8$ m/s – брзина светлости, $k = 1.380622 \cdot 10^{-23}$ J/K – Болцманова константа, λ – таласна дужина и T – апсолутна температура. Једначина (5.24) се често пише у облику:

$$E_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (5.25)$$

где су c_1 и c_2 прва и друга радијациона константа.



Слика 5.4. Планков закон зрачења

Планков закон има два гранична случаја. Први се јавља када је производ λT велики у поређењу са c_2 . Развијањем експоненцијалног члана функције (5.24):

$$e^{\frac{c_2}{\lambda T}} = 1 + \frac{1}{1!} \left(\frac{c_2}{\lambda T} \right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{c_2}{\lambda T} \right)^2 + \dots, \quad (5.26)$$

једначина (5.24) постаје:

$$E_\lambda = \frac{2\pi c_1 T}{c_2 \lambda^4}, \quad (5.27)$$

Ова једначина представља Рејлеј – Џинсову формулу која се добро слаже са експерименталним подацима у дуготаласној области.

Други екстремни случај се јавља при малим вредностима λT у поређењу са c_2 . Експоненцијални члан у једначини (5.24) постаје велики и једначина (2.55) постаје:

$$E_{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}, \quad (5.28)$$

Једначина (5.28) позната је као Винова формула. Изједначавањем првог извода функције (5.28) по таласним дужинама са нулом, добија се следећа једначина:

$$e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} + \frac{c_2}{5\lambda T} - 1 = 0 \quad (5.29)$$

Решавањем једначине (5.29) добија се израз:

$$\frac{c_2}{\lambda_{\max} T} = 4.965. \quad (5.30)$$

Из једначине (5.30) следи:

$$\lambda_{\max} T = 2.8978 \cdot 10^{-3} \text{ Km}, \quad (5.31)$$

где је λ_{\max} таласна дужина која одговара максимуму спектралне густине зрачења при датој температури. Једначина (5.31) представља Винов закон померања, по коме се максимум спектралне густине зрачења помера ка нижим таласним дужинама када температура расте.

5.3.3. Штефан – Болцманов закон

Интегрална површинска густина флукса зрачења (емисиона моћ) E зависи од температуре T . Зависност емисионе моћи црног тела од температуре установљена је експериментално од Штефана, а потврђена теоријски од Болцмана, тако да се назива Штефан – Болцманов закон:

$$E_o = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda = \sigma_o T^4, \quad (5.32)$$

где је $\sigma_o = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ и назива се Штефан – Болцманова константа. Дакле, емисион моћ црног тела пропорционална је четвртој степену температуре.

5.4. Дифузија

Многи процеси транспорта топлоте који се јављају у природи укључују и транспорт масе једне компоненте у другу. Под дифузијом се подразумева спонтани процес ширења материје у двокомпонентној или вишекомпонентној средини, под утицајем неједнаке концентрације. У смеси са константном температуром и притиском дифузија је усмерена ка изједначавању концентрације у систему и праћена је преласком масе из области више концентрације у област ниже концентрације. Дифузију

карактерише проток масе, односно количина масе (J) која у јединици времена прође кроз површину у правцу нормале на површину:

$$J = \frac{dm}{dt}. \quad (5.33)$$

Брзина протока масе (j) јесте проток масе по јединици површине S :

$$j = \frac{dJ}{dS} = \frac{d^2m}{dt dS}, \quad (5.34)$$

Односно, проток масе је флукс вектора брзине протока масе кроз површину (јер је брзина протока масе векторска величина):

$$J = \vec{j} d\vec{S}, \quad (5.35)$$

или, ако је $\vec{j} = \text{const.}$ и нормално на површину \vec{S} :

$$J = jS. \quad (5.36)$$

У стационарном вишеккомпонентном систему, хомогеним у погледу температуре и притиска, брзина протока i -те компоненте, услед молекуларне дифузије, одређена је Фиковим законом:

$$j_{ki} = -D \frac{\partial \rho_i}{\partial n}, \quad (5.37)$$

или

$$j_{ki} = -\rho D \frac{\partial c_i}{\partial n}, \quad (5.38)$$

где индекс k означава даје реч о концентрацијској дифузији, ρ_i је густина i – те компоненте, ρ густина смеше, D је коефицијенат дифузије, n је нормала на површину, $\frac{\partial \rho_i}{\partial n}$ и $\frac{\partial c_i}{\partial n}$ су градијенти густине и концентрације које су усмерене у правцу нормалном на површину једнаке концентрације и у смеру пораста концентрације. Градијент концентрације је покретачка сила која условљава трансфер материје. Знак минус у једначинама (5.37) и (5.38) означава да се маса транспортује у правцу смањења концентрације. Процес који описује Фиков закон познат је као концентрацијска дифузија.

Уколико је температура смеше промењива, долази до термалне дифузије која условљава да тежи молекули прелазе у хладнију област ако су масе молекула две компоненте различити. Ако су масе молекула подједнаке, већи молекули ће тежити да пређу у хладнију област. Термална дифузија ствара градијент концентрације, док концентрацијска дифузија има тенденцију да уједначи састав смеше, односно супротни ефекти термалне и концентрацијске дифузије ће се уравнотежити. Брзина протока масе i – те компоненте смеше, услед термалне дифузије пропорционална је градијенту температуре:

$$j_{Ti} = -\rho \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (5.39)$$

где је D_T коефицијенат термалне дифузије, T апсолутна температура, а $\frac{\partial T}{\partial n}$ градијент температуре у правцу нормале на изотермску површину и у смеру повећања температуре.

Уколико постоји градијент притиска настаће дифузија услед нехомогене расподеле притиска при чему ће тешки молекули тежити да се преместе у област вишег притиска, а лаки молекули у област нижег притиска. Брзина протока масе i – те компоненте смеше, услед неуниформне расподеле притиска пропорционална је градијенту притиска:

$$j_{pi} = -\rho \frac{D_p}{p} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad (5.39)$$

где је D_p коефицијенат дифузије услед градијента притиска, p притисак смење, а $\frac{\partial p}{\partial n}$ градијент притиска у правцу нормале на површину једнаког притиска и у смеру повећања притиска.

Када се узму у обзир све три врсте дифузије: концентрацијска, термална и услед градијента притиска, брзина протока масе i – те компоненте смеше је:

$$j_i = j_{ki} + j_{Ti} + j_{pi} = -\rho \left(\frac{\partial c_i}{\partial n} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial n} + \frac{D_p}{p} \frac{\partial p}{\partial n} \right). \quad (5.40)$$